

البرمجة الضبابية وتحسين أداء الخوارزميات في بيئة متعددة المتغيرات الرتيبة

علي محمد عبيد السكمانى , أ.د. مهدي وهاب نصر الله

جامعة كربلاء المقدسة , كلية الإدارة والاقتصاد-قسم الاحصاء

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 09 /09/2024

Revised form: 12 /09/2024

Accepted : 19 /09/2024

Available online: 30 /09/2024

Keywords:

Fuzzy, Multivariate,
Algorithms, Monotonic

ABSTRACT

In many situations of daily life, when we start statistical analysis, we encounter data that we suffer from inaccuracy in its measurement, either due to observation or measurement errors or the lack of appropriate conditions for collecting this data, such as failure times of machines, equipment, electrical devices, medical, engineering and economic data. In many medical studies, the researcher may have a strong conviction that the regression function used to describe the relationship between two variables has a certain form or formula that can be characterized by certain ordering restrictions such as monotonicity; monotonic regression has important applications in statistics, operations research, and signal processing, and these applications are often characterized by a very large value of n . For such large-scale problems, it is of great practical importance to develop algorithms whose complexity does not increase rapidly with increasing n . It is a nonparametric regression technique that preserves order. In this thesis, the proposed fuzzy autoregressive monotonic method, fuzzy autoregressive monotonic least squares (FILSR), fuzzy autoregressive M estimator (FIM), and fuzzy autoregressive maximum likelihood estimator (FIML) were proposed. The best method for estimating the autoregressive function is the fuzzy autoregressive maximum likelihood method with a mean square error of (0.51455).

MSC.

<https://doi.org/10.29304/jqcm.2024.16.31673>

1.1 المقدمة

تعتبر البرمجة الضبابية من الأساليب التي تهدف إلى التعامل مع عدم اليقين والتعقيد في البيانات وتستخدم هذه البرمجة نماذج رياضية تعتمد على المنطق الضبابي لتحسين أداء الخوارزميات بوجود متغيرات متعددة ومرتبطة ، يهدف هذا البحث إلى استكشاف كيفية تطبيق البرمجة الضبابية لتحسين كفاءة الخوارزميات في هذه البيئات، وذلك

*Corresponding author: Ali A. Kabban

Email addresses: alikusban5@gmail.com

Communicated by 'sub etitor'

من خلال دراسة مقارنة مع الأساليب التقليدية. يتم التركيز في البحث على تحليل نتائج التجارب والمقارنات بين النتائج المتحققة باستعمال البرمجة الضبابية وتلك المستخدمة في الأساليب التقليدية. من خلال هذا النهج، يمكن تحديد فوائد البرمجة الضبابية في تحسين أداء الخوارزميات في بيئات متعددة المتغيرات الرتيبة ومدى ملائمتها لتطبيقات مختلفة في العلوم الهندسية والصناعية والطبية وغيرها. وتبحث عن حل وسط لاتخاذ القرار. تتضمن البرمجة متعددة الأهداف (MOP) التحسين المتزامن لعدة أهداف غالبًا ما تكون متنافسة تخضع لمجموعات من قيود والأهداف. يعد نهج برمجة الأهداف (GP) أحد الأدوات البارزة والقوية لتحليل القرار متعدد الأهداف في التعليم

وبالتالي ، غالبًا ما يتم اتخاذ القرارات في العالم الحقيقي بناءً على معلومات الضبابية أو بيانات غير مؤكدة ، وهي ضبابية وليست دقيقة وغالبًا ما تكون غير دقيقة بطبيعتها. لذلك ، من أجل عكس عدم اليقين هذا ، غالبًا ما يتم إنشاء نموذج المشكلة باستعمال بيانات ضبابية ، وأهداف ضبابية أو قيود ضبابية تعتبر معايير ضبابية.

الاساليب الاحصائية:

2.1 المنطق الضبابي (Fuzzy logic)

المنطق الضبابي هو نظام رياضي مصمم للتعامل مع المفاهيم الغامضة وغير الدقيقة، بخلاف المنطق التقليدي الذي يعتمد على القيم الثنائية (صواب أو خطأ). قدم لطي زيادة هذا المفهوم في عام (1965) كامتداد لنظرية المجموعات التقليدية ونظرية الاحتمالات، بهدف معالجة حالات عدم اليقين والغموض في البيانات. يمكن هذا النظام من التعامل مع قيم الحقيقة المتعددة المحتملة لنفس المتغير، مما يسمح بحل المشكلات باستعمال مجموعة غير دقيقة ومفتوحة من البيانات والاستدلالات للوصول إلى استنتاجات دقيقة. يهدف المنطق الضبابي إلى معالجة المشكلات من خلال استغلال كافة المعلومات المتاحة واتخاذ أفضل قرار ممكن بناءً على المدخلات. (H. B.

(Yadav, D. K., 2015, 33

المنطق التقليدي يتعامل مع حالات مؤكدة بشكل قاطع، مثل "هل هذا الكائن حيوان؟". في المقابل، يتعامل المنطق الضبابي مع مفاهيم نسبية أو ذاتية مثل "جميل"، "كبير"، أو "طويل". من خلال استعمال قيم غامضة أو غير دقيقة بدلاً من الحقيقة المطلقة أو الكذب، يهدف المنطق الضبابي إلى محاكاة الطريقة التي يقيم بها الناس القضايا ويتوصلون إلى الأحكام. (Sivanandam & et al., 2007, 75)



شكل (2-1) نظام المنطق الضبابي

(علي ونعمة, 2022, 11)

2.2 المجموعة الضبابية (Fuzzy set)

المجموعة الضبابية هي مجموعة ذات حدود غامضة، وهي إحدى الأفكار الأساسية للبحث الرياضي الحديث. يتم تعريف المجموعة الضبابية من خلال دالة العضوية التي تعطي كل عنصر في المجموعة درجة من الانتماء في الفترة [0، 1]. كل عنصر في المجموعة الغامضة له درجة معينة من الانتماء.. (Yager, 2013, .436)

لتكن X مجموعة شاملة فان المجموعة الضبابية الجزئية \tilde{A} من X التي لها بدالة انتماء $\mu_{\tilde{A}}(x)$ التي تنتج قيم بين [0, 1] لكل قيم x في فضاء العينة الضبابية فالمجموعة الضبابية يمكن ان يعبر عنها كالآتي: (علي ونعمة, 2018, 17)

$$\tilde{A} = \{(x_i, \mu_{\tilde{A}}(x_i)), x \in \Omega, i = 1, 2, 3, \dots, n, 0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x) \leq 1\} \quad \dots (2-1)$$

لنفرض ان $\mu_{\tilde{A}}(x_0) = 1$ فان x_0 ينتمي تماماً الى \tilde{A} واذا كانت $\mu_{\tilde{A}}(x_1) = 0$ فان x_1 لا ينتمي تماماً الى المجموعة \tilde{A} واذا كانت $\mu_{\tilde{A}}(x_1) = 0.5$ فان x_1 ينتمي بدرجة 5.0 الى \tilde{A} . واذا كانت $\mu_{\tilde{A}}(x)$ مساوية الى واحد أو صفر سنحصل على مجموعة جزئية غير ضبابية (Crisp subset) من فضاء العينة (Ω) . (علي ونعمة, 2022, 22)

3.2 دوال الإنتماء (Membership functions)

هي دالة تولد قيماً ضمن الفترة [0، 1] لتمثل درجة انتماء كل عنصر في المجموعة الشاملة التقليدية في المجموعة الضبابية، وتعد إحدى الدوال الأساسية والهامة في نظرية المجموعات الضبابية (Abboudi & et al, 2020, 614). بعبارة اخرى هي الدالة التي ترسم درجة أهمية العنصر (درجة الإنتماء) في المجموعة الشاملة الى المجموعة الضبابية , وهي دالة ذات قيمة موجبة (Yadav & Yadav, 2019, 120)

تُحدد دوال الإنتماء بثلاث خصائص رئيسة هي:

1- النواة (اللب) (Core)

إذا كانت \tilde{A} مجموعة ضبابية ، فإن لبها هو عندما تكون درجة انتماءها كاملة وتساوي 1.

2- الداعم (القاعدة) (Support)

إذا كانت \tilde{A} مجموعة ضبابية ، فإن العناصر المتضمنة في المجموعة \tilde{A} والتي درجة إنتماءها أكبر من الصفر تمثل الداعم لتلك المجموعة :

$$\text{Support}(\tilde{A}) = \{x \in \Omega / \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\} \quad \dots (2-2)$$

3- الحدود (Boundary)

إذا كانت \tilde{A} مجموعة ضبابية ، فإن العناصر المتضمنة في المجموعة \tilde{A} والتي درجة إنتماءها أكبر من الصفر وغير كاملة أي ان :

$$\text{Boundary}(\tilde{A}) = \{x \in \Omega ; 0 < \mu_{\tilde{A}}(x) < 1\} \quad \dots (2-3)$$

(Tamalika, 2019, 4-5)

2.4 الدالة الرتيبة (Isotonic function)

وتسمى الدالة التماثلية وهي دالة رياضية تحافظ على ترتيب القيم في مجالها عند نقلها إلى مداها. إذ تستعمل في مجالات مختلفة مثل الإحصاء، التحليل الرياضي، ونظرية القرار، وغيرها من التطبيقات التي تتطلب الحفاظ على ترتيب القيم. وتستعمل الدوال التماثلية في تحليل البيانات لترتيب البيانات أو إيجاد الاتجاهات. مثلاً، يمكن استعمال الدوال التماثلية لملاءمة البيانات في نماذج الانحدار (regression models). [Schmid, 2020, 4]

5.2 المخروط الرتيب (Isotonic cone)

ويسمى المخروط التماثلي (**Isotonic cone**) وهو مفهوم يستعمل في الرياضيات، وخاصة في التحليل الدالي في دراسة المسائل المتعلقة بالقيم الذاتية والمتجهات الذاتية. والتحليل التوافقي يمكن استعمال المخروط التماثلي لدراسة سلوك الدوال التماثلية وتأثيرها على المتجهات في الفضاءات المتجهية. ، وفي الاقتصاد، يمكن استعمال المخروط التماثلي لنمذجة مجموعات من الاستثمارات أو الأصول التي تحقق شروطاً معينة من الاستدامة أو النمو .

2.6 الانحدار التماثلي (الرتيب) (Isotonic Regression)

يعد الانحدار الإيزوتوني من أساليب التحليل الإحصائي الذي يهدف إلى إيجاد دالة تقديرية تزايدية (أو تناقصية) تتناسب مع مجموعة من البيانات المشاهدة، مع الحفاظ على ترتيب هذه البيانات. بعبارة أخرى، يستعمل الانحدار الإيزوتوني عندما يكون هناك ترتيب طبيعي أو هيكل للبيانات ويُراد الحفاظ على هذا الترتيب في التقديرات . وهو نوع من الانحدار اللامعلمي (Nonparametric Regression) يستعمل عندما يكون هناك ترتيب طبيعي أو هيكل في البيانات ويجب أن يكون التنبؤ بالدالة غير تنازلي (أو غير تزايدية) وفقاً لهذا الترتيب. بعبارة أخرى، يهدف الانحدار الإيزوتوني إلى ملائمة مجموعة من النقاط بطريقة تكون فيها الدالة التنبؤية تزايدية (أو تنازلية) بشكل دائم . [Tutz & Leitenstorfer, 2005, 2]

الهدف من الدوال التزايدية متعددة المتغيرات هو إيجاد دالة تنبؤية متعددة المتغيرات $\lambda(X)$ التي تضمن أن تكون التنبؤات تزايدية بالنسبة لكل متغير مستقل. هذا يعني أنه إذا زادت أي من المتغيرات المستقلة، فإن القيمة المنتبأة يجب أن لا تقل. [Rohrbeck & A. Costain, 2023, 3]

الهدف من الانحدار الرتيب (الاييزوتوني) هو إيجاد مجموعة النقاط y_1, y_2, \dots, y_n تقلل من مجموع المربعات للفروق بين القيم الحقيقية y_i والقيم التقديرية \hat{y}_i مع المحافظة على الشرط الآتي:

$$y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n$$

فاذا كان لدينا مجموعة من المتغيرات التوضيحية X_1, X_2, \dots, X_q ومتغير معتمد واحد Y , وعلى افتراض ان العلاقة بين المتغيرات تأخذ الشكل الآتي:

$$Y = \lambda(X) + \epsilon = E(Y/X = x) \dots (2-9)$$

اذ ان:

Y : متغير عشوائي ويمثل متغير الاستجابة ويعتمد بشكل كبير على طبيعة البيانات والمجال الذي يتم دراسته. وقد يكون واحدًا من عدة أنواع شائعة من التوزيعات فيمكن ان يكون لها توزيع طبيعي (Normal distribution) بمتوسط μ وتباين ثابت σ^2 هو الشائع في الطبيعة والعلوم اي ان $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ او توزيع اسي (Exponential distribution) بالمعلمة α اي ان $X \sim \exp(\alpha)$ او توزيع منتظم بالمعلمتين a, b اي ان $X \sim \text{Uniform}(a, b)$ او اي توزيع اخر حسب طبيعة البيانات والحالة المدروسة. [Zhang, 2002, 4] [Han et a;., 2019, 5]

X : متغيرات عشوائية مستقلة والتي تفترض غالباً مرتبة تصاعدياً أو تنازلياً. لذلك، ترتيب القيم هو العامل الأهم. رغم ذلك، يمكن توزيع القيم نفسها أن يكون ذا صلة لفهم العلاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة. فيمكن ان يكون لها توزيع طبيعي (Normal distribution) بمتوسط μ وتباين ثابت σ^2 هو هو الشائع في الطبيعة والعلوم اي ان $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ او توزيع اسي (Exponential distribution) بالمعلمة α اي ان $X \sim \exp(\alpha)$ او توزيع منتظم بالمعلمتين a, b اي ان $X \sim \text{Uniform}(a, b)$ او اي توزيع اخر حسب طبيعة البيانات والحالة المدروسة. [Rohrbeck & A. Costain, 2023, 17]

2.7 مقدر الامكان الاعظم التماثلي (Isotonic Maximum Likelihood)

هي طريقة تقدير تستعمل عندما نرغب في تقدير معلمات نموذج إحصائي مع فرض قيود الرتبة (monotonicity) على التقديرات. هذا النوع من التقديرات يجمع بين قوة طريقة الإمكان الأعظم وقيود الرتبة لضمان أن التقديرات تتزايد أو تتناقص بشكل منتظم.

ليكن X_1, X_2, \dots, X_q متجه المتغيرات التوضيحية وان \bar{Y} متجه متغير الاستجابة الضبابي , وعلى افتراض ان المتغيرات لها توزيع طبيعي بدالة الكثافة الاحتمالية الآتية:

$$f(X, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{y}_i - \mu}{\sigma} \right)^2} \quad (2-29) \dots$$

وعلى فرض ان σ^2 معلوم , فان متجه المعلمات $\Theta = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_q\}$ والذي يدعى الدالة التماثلية (Isotonic function) اذا كان $\mu_1 \ll \mu_s$ فان الحل الامثل للمعادلة الآتية:

$$l = \text{Log} f(X, \mu, \sigma^2) = \text{Log} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{y}_i - \mu}{\sigma} \right)^2} \right] \\ \dots (2-30) \quad = \sum_{i=1}^q \left[-\frac{n_i}{2} \text{Log}(\sigma^2_i) - \frac{1}{2\sigma^2_i} (x_i - \mu)^2 \right] + c$$

اذ ان:

C ثابت لا يتضمن المعلمات

فان مقدر الامكان الاعظم لـ μ الخاضع لشرط الرتبة في المعادلة (2-30) يكون مكافئ لحل دالة الهدف

الآتية:

$$\min_{\lambda} \sum_{i=1}^q (\bar{x}_i - \mu)^2 w_i \quad \dots (2-31)$$

فاذا كانت D الدالة التماثلية وان $\mu \in D$ فان هذا الحل يدعى الانحدار التماثلي لـ (\bar{x}, w) وان :

$$w_i = \frac{n_i}{\sigma^2_i} \quad \dots (2-32)$$

وتحل هذه الدالة باستعمال خوارزمية **Pool Adjacent Violators (PAV)** وفي وصف

الخوارزمية ستتم الإشارة إلى مجموعة العناصر المتتالية لـ x_i بأسم المجاميع والخوارزمية تبدأ بأدق تقسيم ممكن إلى مجاميع، وربط المجاميع سوية خطوة خطوة إلى أن يتم التوصل إلى التقسيم النهائي. وبالبدء بـ $T(x_i)$ نتحرك إلى اليمين تحت قيود الرتبة على المعلمات المقدره بحيث أن:

$$\mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots \leq \mu_q$$

فإن هذا التقسيم الأولي يكون أيضاً التقسيم النهائي وأن:

$$i = 1, 2, \dots, n \quad \mu^*(x_i) = \mu(x_i)$$

وإذا لا نتوقف عند المكان الأول الذي يكون فيه قيمة $\mu^*(x_i) > \mu(x_i)$ وطالما أن $\mu(x_i)$ تخالف الافتراض الرتيب فأننا نجمع $\mu(x_i)$ مع $\mu(x_{i+1})$ أي نربط النقطتين x_i, x_{i+1} في المجموعة $\{x_i, x_{i+1}\}$ ويتم استبدالهم بمعدلهم الاعتيادي كالاتي:

$$AV(i, (i + 1)) = \frac{[w(x_i)T(x_i) + w(x_{i+1})\mu(x_{i+1})]}{[w(x_{i+1})\mu(x_{i+1})]} \quad \dots (2-33)$$

بعد ذلك نتحرك إلى اليسار للتأكد من أن $\mu(x_{i-1}) \leq AV(i, (i + 1))$ فان لم يتحقق ذلك فنقوم بتجميع

$AV(i, (i + 1))$ مع $\mu(x_{i-1})$ مع استبدالهم بمعدلهم الاعتيادي. ونستمر هكذا حتى نصل إلى الرتبة المطلوبة.

وبعدها ننطلق إلى اليمين ونستمر بنفس العملية إلى أن نصل إلى الحافة اليمنى.

وبعد الوصول إلى الترتيب المتزايد المطلوب فإن الأنحدار الرتيب يكون:

$$\mu^*(x_i) = AV(s, p) = \frac{\sum_{r=s}^p \mu(x_r) w(x_r)}{\sum_{r=s}^p w(x_r)} \quad \dots (2-34)$$

وبما أن $\mu(x_i)$ هي دالة متزايدة في x_i لدالة الانحدار الرتيب $\lambda(x_i)$ ، فإن الانحدار الرتيب $\mu^*(x_i)$ يعتبر مقدر الامكان الاعظم لدالة الانحدار التماثلي.

2.8 متوسط مربعات الخطأ (MSE) (Mean square error)

$$\text{MSE}(\lambda) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^K (\lambda - \hat{\lambda})^2 \quad \dots (2-35)$$

تمثل L عدد التكرارات **Replication** لكل تجربة .

1.3 تمهيد: (Preface)

تم في هذا الفصل تقديم محاكاة لطرائق تقدير دالة الانحدار الرتيب، مع التركيز على توضيح كيفية التعامل مع بيانات تمثل علاقات رتيبة، وكيفية تقدير هذه العلاقات بدقة وفعالية باستعمال تقنيات مختلفة. سيتم استعراض الخوارزميات المستخدمة، مثل خوارزمية (PAVA) (Pool Adjacent Violators Algorithm) ، واستكشاف أدائها في سياقات مختلفة من خلال محاكاة بيانات متنوعة لغرض توفير فهم أعمق لفعالية وأداء طرائق الانحدار الرتيب في تقدير العلاقات الرتيبة بين المتغيرات، وكذلك توضيح الفوائد والمحددات المرتبطة بهذه الطرائق من خلال تحليل النتائج المستخلصة من المحاكاة.

3.2 مراحل تطبيق تجارب المحاكاة (SIMULATION STEPS)

تتضمن تجارب المحاكاة المراحل الآتية:

المرحلة الأولى: تعيين نماذج الانحدار المفترضة :

تعد هذه المرحلة من المراحل المهمة التي تعتمد عليها المراحل اللاحقة التي يتم فيها تحديد مدخلات

النماذج المفترضة باختيار ثلاثة نماذج انحدار افتراضية التي سيتم تطبيق المقدرات التي عرضت في الفصل الثاني

من الاطروحة وكما في جدول (3-1) الآتي:

جدول (3-1) افتراضات النماذج المدروسة في تجارب المحاكاة

Model	N	Q
1	50	5

	100	
	200	
	300	
2	50	10
	100	
	200	
	300	
3	50	15
	100	
	200	
	300	
4	100	30
	200	
	300	

اذ ان:

q : عدد المتغيرات المستقلة في الانموذج

n : حجم العينة

3.3 البيانات التطبيقية (APPLIED DATA)

تم الحصول على بيانات تمثل (250) مريض مصاب بمرض الكلى المزمن (CKD) للسنوات (2023-2019) من دائرة صحة كربلاء المقدسة- مستشفى الحسين التعليمي اذ ان المتغير التابع (y) كان معدل الترشيح الكبيبي (Glomerular Filtration Rate GFR) ومجموعة من المتغيرات المؤثرة على الاصابة بالمرض بواقع واحد وعشرون متغير مستقل والمبينة في الملحق (A) وهي :

Y : معدل الترشيح الكبيبي (GFR) هو مقياس يستخدم لتقييم مدى كفاءة الكلى في تنقية الدم من الفضلات والسوائل الزائدة ويقاس بوحدة مل/دقيقة/73.1 م².

X_1 العمر (Age) بالسنة

X_2 الجنس (Sex) (1 ذكر, 2 انثى)

X_3 التاريخ العائلي (Family Historical) (1- يوجد , 2 لا يوجد)

- X₄ مؤشر كتلة الجسم (Body Mass Index (BMI)) kg/m²
- X₅ ضغط الدم (Blood Pressure) المليمتر من الزئبق (mmHg)
- X₆ مرض السكري (Diabetic) مليمول لكل لتر (mmol/L)
- X₇ التدخين (Smoking) (1- يدخن, 2 لا يدخن)
- X₈ مستويات الكوليسترول (Cholesterol levels) مليغرام لكل ديسيلتر (mg/dL)
- X₉ النظام الغذائي (Diet) (1- نعم, 2 كلا)
- X₁₀ مستويات البروتين في البول (البروتينوريا) (مؤشر لتلف الكلى) (Proteinuria) ملغ/مليمول ml/mmol
- X₁₁ تناول مضادات الالتهاب غير الستيرويدية (NSAIDs) (1- يتناول, 2 لا يتناول)
- X₁₂ الوظائف القلبية (Cardiac functions) (1- توجد, 2 لا توجد)
- X₁₃ مستويات الفوسفور (Phosphorus levels) ملغ/ديسيلتر
- X₁₄ مستويات الكالسيوم (Calcium levels) مليغرام لكل ديسيلتر (mg/dL)
- X₁₅ مستويات البوتاسيوم (Potassium levels) مليمول لكل لتر (mmol/L)
- X₁₆ مستويات البروتين في البول (Proteinuria) ملغرام لكل ديسيلتر (mg/dL)
- X₁₇ مستويات حمض اليوريك (uric acid levels) ملغرام لكل ديسيلتر
- X₁₈ مستويات الفيتامين D (Vitamin D levels) نانوجرام/مل
- X₁₉ التعرض المزمن للجفاف (Chronic Exposure to Dehydration) (1 يتعرض, 2 لا يتعرض)
- X₂₀ التعرض للأشعة السينية والمواد المشعة (Exposure to x-rays and radioactive materials) (1 يتعرض, 2 لا يتعرض)

3.4 اختبار ملائمة البيانات (DATA FITTING)

تم اختبار بيانات المصابين بمرض الكلى المزمن للسنوات (2019-2023) باستعمال اختبار (Kolmogorov-Smirnov test) لغرض اختبار اعتدالية البيانات .

لاختبار الفرضية الاحصائية الآتية:

H₀: The data have Normal distribution

H₁: The data don't have Normal distribution

اذ ان:

والجدول (3-2) يوضح نتائج الاختبار :

جدول (3-2) نتائج اختبار التوزيع الطبيعي للبيانات الحقيقية

Variable	Jarque-Bera Statistic	Sig.	Decision
y	5790.09	0.14456	Accept H_0
X ₁	7780.98	0.17435	Accept H_0
X ₂	88690.5	0.23114	Accept H_0
X ₃	88880.4	0.14644	Accept H_0
X ₄	89990.7	0.78789	Accept H_0
X ₅	54220.8	0.56678	Accept H_0
X ₆	23330.8	0.85987	Accept H_0
X ₇	2220.89	0.98897	Accept H_0
X ₈	0.99991	0.88821	Accept H_0
X ₉	0.97997	0.67879	Accept H_0
X ₁₀	0.79584	0.90764	Accept H_0
X ₁₁	0.89444	0.56334	Accept H_0
X ₁₂	1.11342	0.45455	Accept H_0
X ₁₃	0.78882	0.94454	Accept H_0
X ₁₄	0.22231	0.13438	Accept H_0
X ₁₅	0.99765	0.56668	Accept H_0
X ₁₆	0.19444	0.78666	Accept H_0
X ₁₇	0.89943	0.88765	Accept H_0
X ₁₈	0.23333	0.84334	Accept H_0
X ₁₉	0.38883	0.99555	Accept H_0
X ₂₀	0.91533	0.9788	Accept H_0

نلاحظ من جدول (4-2) ان قيم Sig. لجميع المتغيرات اكبر من مستوى المعنوية (0.01) وهذا يدل على قبول فرضية العدم التي تنص بان البيانات تتبع التوزيع الطبيعي.

3-5 تضبيب المتغير المتعمد Y

تم تحويل متجه العينة الحقيقي التقليدي $\underline{y} = (y_1, y_2, \dots, y_{250})'$ الى الضبابية وذلك بايجاد درجة الانتماء المقابلة لكل مشاهدة من مشاهدات متجه العينة التقليدي باستخدام دالة إنتماء شبه منحرفة وكما يأتي:

$$\mu_A(y) = \begin{cases} 0 & \text{if } y < a \\ \frac{y-a}{b-a} & \text{if } a \leq y \leq b \\ 1 & \text{if } y > b \end{cases} \quad \dots (3-5)$$

إذ أن $a=15$ تمثل أقل قيمة من قيم مشاهدات العينة التقليدي و $b=29$ تمثل أكبر قيمة من قيم مشاهدات متجه العينة التقليدي وباخذ مكملة دالة الانتماء وضرب كل منها بكل شاهدة من مشاهدات المتغير التابع نحصل على متجه ضبابي $\tilde{y} = \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n$ كالآتي:

Membership	1- Membership	\tilde{y}
0.50000	0.50000	11
0.50000	0.50000	11
0.78571	0.21429	5.571429
0.71429	0.28571	7.142857
0.50000	0.50000	11
0.00000	1.00000	15
0.42857	0.57143	12
0.07143	0.92857	14.85714
0.14286	0.85714	14.57143
0.42857	0.57143	12
0.42857	0.57143	12
0.28571	0.71429	13.57143
0.71429	0.28571	7.142857
0.28571	0.71429	13.57143
0.07143	0.92857	14.85714
0.07143	0.92857	14.85714
0.42857	0.57143	12
0.57143	0.42857	9.857143
0.50000	0.50000	11
0.78571	0.21429	5.571429
0.35714	0.64286	12.85714

0.71429	0.28571	7.142857
0.21429	0.78571	14.14286
0.78571	0.21429	5.571429
1.00000	0.00000	0
0.28571	0.71429	13.57143
0.78571	0.21429	5.571429
0.28571	0.71429	13.57143
0.64286	0.35714	8.571429
0.50000	0.50000	11
0.71429	0.28571	7.142857
0.78571	0.21429	5.571429
0.71429	0.28571	7.142857
0.35714	0.64286	12.85714
0.00000	1.00000	15
0.28571	0.71429	13.57143
0.85714	0.14286	3.857143
0.07143	0.92857	14.85714
0.42857	0.57143	12
0.21429	0.78571	14.14286
0.21429	0.78571	14.14286
0.85714	0.14286	3.857143
0.92857	0.07143	2
1.00000	0.00000	0
1.00000	0.00000	0
0.42857	0.57143	12
0.14286	0.85714	14.57143
0.14286	0.85714	14.57143
0.78571	0.21429	5.571429
0.00000	1.00000	15
0.21429	0.78571	14.14286
0.21429	0.78571	14.14286
0.78571	0.21429	5.571429
0.85714	0.14286	3.857143
0.00000	1.00000	15
0.57143	0.42857	9.857143
1.00000	0.00000	0
0.92857	0.07143	2
0.07143	0.92857	14.85714
0.28571	0.71429	13.57143

0.85714	0.14286	3.857143
0.21429	0.78571	14.14286
0.78571	0.21429	5.571429
0.57143	0.42857	9.857143

3-6 تحليل البيانات الحقيقية (Real Data Analysis):

بينت نتائج الجانب الجريبي ان افضلية طرائق تقدير دالة الانحدار التماثلي الضبابية ولهذا خصصت هذه الفقرة لتحليل البيانات الحقيقية باستعمال هذه الطرائق والجدول (3-3) و (3-4) يبين نتائج التحليل.

جدول (3-4) تقديرات دالة الانحدار التماثلي الضبابي للبيانات الحقيقية

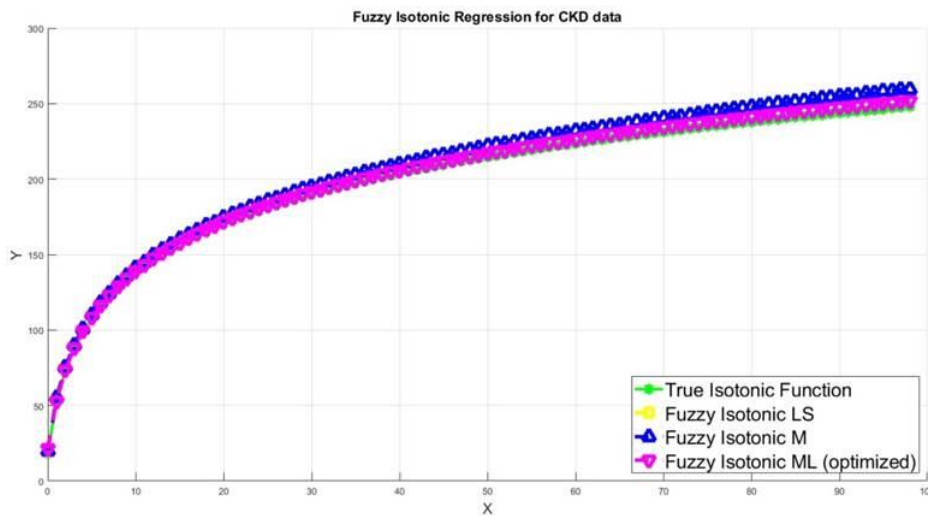
True	FILSR	FIM	FIML
1.67105	1.24681	0.24681	1.41801
32.98631	35.02636	35.02636	32.87465
53.25957	55.61957	55.61957	53.71096
67.64367	69.80910	69.80910	68.22427
78.80085	80.99166	80.99166	79.47796
87.91693	90.67834	90.67834	88.78085
95.62446	98.65980	98.65980	96.56650
102.30103	104.63627	104.63627	103.14465
108.19018	111.11894	111.11894	109.13119
113.45821	116.21930	116.21930	114.41236
118.22372	121.17179	121.17179	119.24511
122.57429	126.01158	126.01158	123.72150
126.57642	129.96719	129.96719	127.73712
130.28182	133.55064	133.55064	131.41651
133.73146	137.04649	137.04649	134.89476
136.95839	140.67017	140.67017	138.21774
139.98962	143.69272	143.69272	141.27094
142.84754	146.54512	146.54512	144.14956
145.55090	149.61735	149.61735	146.92082
148.11557	151.86279	151.86279	149.47018
150.55508	154.93631	154.93631	152.04606
152.88108	157.37797	157.37797	154.42472
155.10367	159.40033	159.40033	156.59562
157.23165	161.31578	161.31578	158.68090
159.27275	163.66568	163.66568	160.79024
161.23378	165.77035	165.77035	162.81282

163.12080	167.82733	167.82733	164.74541
164.93918	169.60068	169.60068	166.57382
166.69375	171.53399	171.53399	168.39234
168.38882	173.65527	173.65527	170.16643
170.02832	174.76487	174.76487	171.72722
171.61575	176.69106	176.69106	173.37004
173.15433	178.35250	178.35250	174.94290
174.64698	179.60158	179.60158	176.41604
176.09636	181.56591	181.56591	177.95857
177.50490	182.75625	182.75625	179.37472
178.87485	184.61520	184.61520	180.84371
180.20826	185.91093	185.91093	182.18722
181.50704	187.04389	187.04389	183.49808
182.77293	189.21911	189.21911	184.93458
184.00756	189.91208	189.91208	186.10227
185.21244	191.22443	191.22443	187.29693
186.38896	192.33407	192.33407	188.47294
187.53844	193.63412	193.63412	189.65941
188.66208	194.85731	194.85731	190.84544
189.76102	196.48068	196.48068	192.07298
190.83633	197.56899	197.56899	193.18176
191.88901	198.62092	198.62092	194.24366
192.91997	199.80008	199.80008	195.31338
193.93011	200.88387	200.88387	196.35283
194.92024	201.93479	201.93479	197.37229
195.89114	203.09309	203.09309	198.40565
196.84355	204.30907	204.30907	199.44244
197.77816	205.45304	205.45304	200.43021
198.69561	206.18301	206.18301	201.33918
199.59654	207.47961	207.47961	202.30227
200.48152	208.03619	208.03619	203.14866
201.35111	209.16140	209.16140	204.04507
202.20583	209.78134	209.78134	204.86675
203.04618	210.73741	210.73741	205.73659
203.87265	211.84239	211.84239	206.63917
204.68567	212.73447	212.73447	207.47843
205.48569	213.39061	213.39061	208.26526
206.27311	214.44830	214.44830	209.14037
207.04832	215.79463	215.79463	210.02810
207.81169	215.93658	215.93658	210.70862
208.56359	217.18103	217.18103	211.53428
209.30434	217.83898	217.83898	212.29720
210.03428	218.79021	218.79021	213.08567
210.75372	219.71369	219.71369	213.89885

249.52298	266.62316	266.55562	255.47682
249.85085	266.62316	266.69069	255.75301
250.17658	267.21600	267.21600	256.14853
250.50021	268.13913	268.00836	256.63498
250.82176	268.13913	268.26990	256.94591
251.14125	268.96569	268.96569	257.32438
251.45871	269.11219	269.11219	257.63812
251.77416	269.67273	269.67273	257.99673
252.08765	269.91815	269.91815	258.31282
252.39917	270.30250	270.30250	258.65148
252.70877	270.85584	270.85584	259.01811
253.01646	271.09632	271.09632	259.35350
253.32228	271.90529	271.90529	259.77314
253.62623	272.22079	272.22079	260.10440
253.92834	272.44403	272.44403	260.38143
254.22865	272.61676	272.61676	260.66410
254.52715	273.20173	273.20173	261.03237
254.82389	273.67973	273.67973	261.39570
255.11888	274.10926	274.10926	261.74053
255.41213	274.54086	274.54086	262.06675
255.70368	274.71117	274.71117	262.36249
255.99353	275.42122	275.42122	262.75355
256.28172	275.89001	275.89001	263.11485
256.56825	276.29231	276.29231	263.42748
256.85315	276.38219	276.38219	263.67375
257.13644	276.66577	276.66577	263.94903
257.41813	277.00336	277.00336	264.25851
257.69825	277.53801	277.53801	264.60399
257.97680	277.86664	277.86664	264.92654
258.25381	278.44670	278.44670	265.27939
258.52929	278.76409	278.76409	265.56831
258.80326	278.79850	278.79850	265.79875
259.07574	279.23939	279.23939	266.10009
259.34675	279.57200	279.57200	266.41948
259.61629	280.26016	280.26016	266.78829
259.88439	280.49899	280.49899	267.08095
260.15105	280.88765	280.88765	267.37773
260.41631	281.21205	281.21205	267.68606
260.68016	281.69304	281.52685	268.02730
260.94263	281.69304	281.85922	268.26858
261.20372	282.42440	282.42440	268.60545

جدول (3-5) متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة للبيانات الحقيقية

Criteria Method	MSE	Best
FILSR	0.56976	FIML
FIM	0.89951	
FIML	0.51455	



شكل (3-1) منحنى دالة الانحدار التماثلي الضبابية للبيانات الحقيقية

نلاحظ من الجدول (3-3) والشكل (3-1) ما يأتي :

ان افضل طريقة لتقدير دالة الانحدار الذاتي التماثلي هي طريقة الامكان الاعظم التماثلية بمتوسط مربعات خطأ بلغ (0.51455) وتليه طريقة المربعات الصغرى التماثلية بمتوسط مربعات خطأ بلغ (0.56976) و اخيرا كانت طريقة M التماثلية الضبابية بمتوسط مربعات خطأ بلغ (0.89951).

الاستنتاجات:

من خلال البحث والدراسة في الجانبين النظري والعملي في الرسالة تمكن الباحث من التوصل الى الاستنتاجات الآتية :-

1. ان افضل طريقة لتقدير دالة الانحدار الذاتي التماثلي هي طريقة الامكان الاعظم التماثلية بمتوسط مربعات خطأ بلغ (0.51455) وتليه طريقة المربعات الصغرى التماثلية بمتوسط مربعات خطأ بلغ (0.56976) و اخيرا كانت طريقة M التماثلية الضبابية بمتوسط مربعات خطأ بلغ (0.89951).
2. ان طريقة الامكان الاعظم التماثلية الضبابية وطريقة المربعات الصغرى الضبابية متقاربتان في التقدير اذ ان متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة متقارب .
3. أن القيم التقديرية لدالة الانحدار التماثلي في الأعمدة الثلاثة (FILSR) ، (FIM) ، (FIML) تتبع الاتجاه العام للقيم الحقيقية لها ، ولكن قد توجد بعض الاختلافات الطفيفة. هذا يشير إلى أن هذه الطرق تتبع الاتجاه الرتيب للقيم ، ولكن الدقة قد تختلف.
4. من خلال مقارنة القيم التقديرية بالقيم الحقيقية، يمكن ملاحظة مدى الدقة لكل طريقة. إذا كانت القيم التقديرية قريبة جداً من القيم الحقيقية، فهذا يشير إلى أن الطريقة المستخدمة فعالة في هذا السياق.

التوصيات:

- من خلال استعراض النتائج السابقة يمكن التوصل الى التوصيات الآتية :
1. استخدام مفهوم الانحدار الرتيب كأداة تتيح أسلوباً يساعد في إدارة البيانات ذات الطابع التصاعدي او التنازلي ما بين البدائل المتاحة لأنها تعد الوسيلة ملائمة للقرار.
 2. تطبيق الانحدار الرتيب الضبابي كأحد الأساليب الكمية لكونها تساعد بأعطائها نتائج دقيقة وسريعة اذا ما توفرت بياناتها الأساسية .
- الأستعانة بالطرق الحديثة في التحليل البيانات الضبابية ذات الطابع الرتيب .

References

اولاً : المصادر العربية:

1. الغنام, محمد طه و الصباغ , هبة علي , "دراسة في المتغيرات المضببة والأنحدار المتعدد المضبب" , (٢٠٠٩) , جامعة تكريت - كلية الإدارة والاقتصاد , مجلة تكريت للعلوم الإدارية والاقتصادية / المجلد - ٥ / العدد - ١٤ , الصفحات 166-180.
2. نصر الله , مهدي وهاب, علي , بشار خالد , "طريقة بيز لتقدير المعولية الضبابية لتوزيع فريجت باستعمال المحاكاة.

ثانياً : المصادر الأجنبية:

3. Lin, L. and Dunson, D. B. (2014). Bayesian monotone regression using Gaussian process projection. *Biometrika*, 101(2):303–317.
4. Tamalika , Chaira , (2019), "Fuzzy Set and Its Extension -The Intuitionistic Fuzzy Set", John Wiley & Sons, Inc.

5. Kwang H. Lee, (2004) , " First Course on Fuzzy Theory and Applications" , ISSN 16-15-3871, ISBN 3-540-22988-4 Springer ,Berlin Heidelberg NewYork, ppt:1-20
6. Neamah, Mahdi Wahhab, Ali , Bashar Khalid, (2020), " Fuzzy reliability estimation for Frechet distribution by using simulation", Periodicals of Engineering and Natural Sciences ISSN 2303-4521 Vol. 8, No. 2, June 2020, pp.632-646
7. Zhang, C.-H. (2002). Risk bounds in isotonic regression. *The Annals of Statistics*, 30(2):528 –555.
8. Chatterjee, S., Guntuboyina, A., and Sen, B. (2018). On matrix estimation under monotonicity
9. constraints. *Bernoulli*, 24(2):1072–1100.
10. Han, Q., Wang, T., Chatterjee, S., and Samworth, R. J. (2019). Isotonic regression in general dimensions. *The Annals of Statistics*, 47(5):2440–2471.
11. Rohrbeck, Christian ; A. Costain, Deborah , (2023), " A joint estimation approach for monotonic regression functions in general dimensions", arXiv:2305.17711v1 [stat.ME] 28 May 2023.